

Examen d'automatique - Janvier 2010

1 Exercice 1

On considère la Figure 1 représentant la sortie mesurée d'un système en réponse à un échelon d'amplitude unitaire constant :

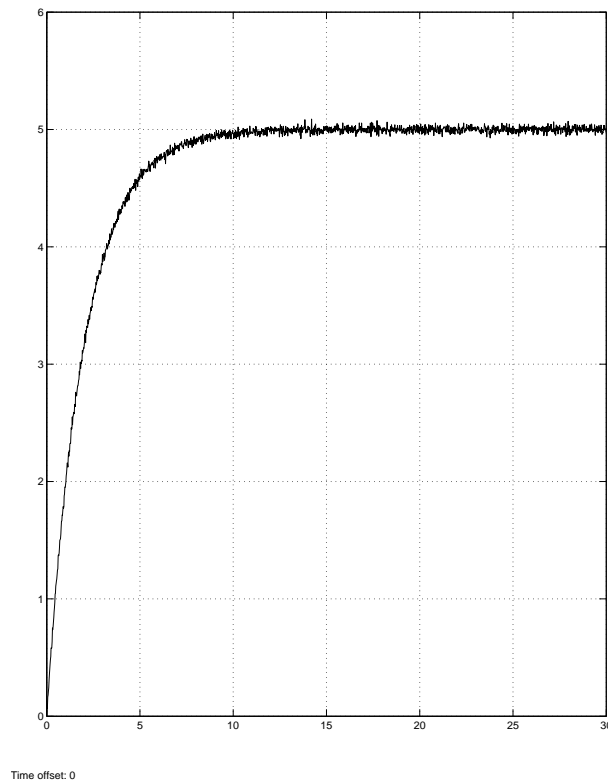


FIG. 1 – Réponse indicielle

1. Déterminer l'équation différentielle représentant le système, liant la sortie $s(t)$ et son entrée $u(t)$. Donner ses paramètres caractéristiques.
2. Calculez la réponse indicielle correspondant au tracé de la Figure 1.

2 Exercice 2

2.1 Le système en boucle ouverte

On considère le système Σ par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dy(t)}{dt} = u(t) \quad (1)$$

où $y(t)$ représente la sortie et $u(t)$ l'entrée de commande du système Σ .

1. Calculer la fonction de transfert $G(p) = \frac{Y(p)}{U(p)}$ du système modélisé par l'équation (1).

2. Calculer la réponse indicielle (pour $u(t) = 1$) du système en boucle ouverte pour une condition initiale $y(0) = 1$.
3. Conclure sur la stabilité du système en boucle ouverte.

2.2 Le système en boucle fermée I

On considère maintenant l'asservissement suivant $u(t) = k(y_r(t) - y(t))$ où k est un gain pouvant être choisi et $y_r(t)$ la consigne. On désire respecter les spécifications suivantes :

- Erreur de position nulle.
 - Erreur de vitesse inférieure à 0.05 (i.e. pour une entrée $u(t) = u_0 t$).
 - Temps de réponse pour une consigne indicielle inférieure à 6 sec.
1. Tracer le schéma bloc associé à l'asservissement en mettant en évidence les signaux de commande, d'erreur, de consigne et de sortie.
 2. Montrer que la fonction de transfert du système en boucle fermée s'écrit $F(p) = \frac{k}{p+k}$.
 3. Calculer les valeurs de k qui permettent de respecter la 1^{ere} et la 2nd spécification.
 4. Calculer les valeurs de k qui permettent de respecter la 3^{ieme} spécification.
 5. Pour $k = 1$, tracer l'allure de la réponse pour une entrée $y_r(t) = 2t$ en mettant en évidence l'erreur de vitesse en régime permanent.

2.3 Le système en boucle fermée II

On considère maintenant l'asservissement représenté par la Figure 2, où $D(p) = \frac{k^2}{p+2ak}$ avec k et a deux paramètres pouvant être choisis.

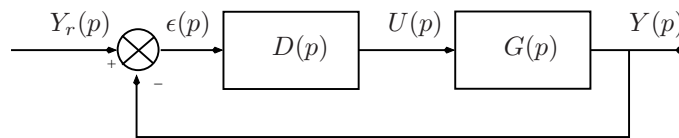


FIG. 2 – Schéma bloc de l'asservissement

1. Calculer l'équation différentielle liant $u(t)$ et l'erreur $\epsilon(t)$.
2. Déterminer la fonction de transfert du système en boucle fermée.
3. Calculer les paramètres canoniques de la fonction de transfert en boucle fermée.
4. Calculer la valeur de a pour obtenir une réponse indicielle apériodique.

3 Questions de cours

1. Donnez la définition d'un système linéaire. Donnez un exemple et un contre-exemple.
2. Donnez la définition du temps de réponse.

Tables des transformées de laplace

| | | |
|---------------|--------------------|------------------------|
| Echelon | $u(t) = 1$ | $U(p) = \frac{1}{p}$ |
| Rampe | $u(t) = t$ | $U(p) = \frac{1}{p^2}$ |
| Impulsion | $u(t) = \delta(t)$ | $U(p) = 1$ |
| Exponentielle | $u(t) = e^{-at}$ | $U(p) = \frac{1}{p+a}$ |