Examen partiel d'automatique

L2 SPI-EEA | *10 novembre 2011*

Les documents et téléphones portables sont interdits.
Important :
- De nombreuses questions sont indépendantes et peuvent être traitées - au moins partiellement sinon intégralement - indépendemment des autres.
- Les calculs devront être effectués avec les expressions littérales en priorités, la valeur numérique n'étant à utiliser qu'en fin de calcul.

Exercice 1 Questions de cours

1. Qu'est-ce qu'un système stable ? Donner une exemple simple de système instable.
2. Rappeler la définition du temps de réponse à 5%. Est-il nécessairement représentatif de la nervosité du système ? (Justifier).

Exercice 2 On s'intéresse à l'évolution de la vitesse d'un bolide en fonction de l'enfoncement de la pédale d'accélérateur. Cet enfoncement par rapport à la position de repos est repéré par un angle (exprimé en degrés) noté $\alpha(t) \in [0, 50]$, et la vitesse du bolide est notée $v(t)$.

I. Boucle ouverte

On considère dans un premier temps que seule la force motrice est en jeu. On a alors l'équation d'évolution suivante :

$$m\,\dot{v}(t) = A\,\alpha(t),\ \ v(0) = 0, \tag{1}$$

où $m = 500$ kg est la masse du bolide et $A = 25$ N/deg le coefficient de proportionalité entre l'angle $\alpha(t)$ et la force motrice.

1. Expliquez simplement comment a été établie cette équation.
2. Donner l'expression de la vitesse $v(t)$ lorsque l'entrée $\alpha(t)$ est constante et égale à 20°, et la tracer.
3. Cela vous parait-il réaliste ? Pourquoi ?

Pour plus de réalisme, on considère désormais le modèle suivant :

$$m\,\dot{v}(t) + \mu\,v(t) = A\,\alpha(t),\ \ v(0) = 0, \tag{2}$$

où μ est un coefficient fixé (sa valeur sera calculée par la suite).

4. Quel est l'ordre du système ?
5. Identifier les signaux d'entrée et de sortie de ce système, et donner leurs unités.
6. Calculer la réponse $v(t)$ correspondante à une entrée en échelon $\alpha(t) = \alpha_i$.

7. Tracer (à main levée) cette réponse, en faisant apparaitre la valeur en régime permanent (i.e. lorsque $t \to \infty$). Interpréter le résultat obtenu en termes physiques.
8. Valeur de μ : par l'expérience, on constate que lorsqu'on maintient l'accélérateur à 20°, le bolide stagne à 90 km/h (soit 25 m/s). En déduire la valeur du coefficient μ et donner son unité.

II. Boucle fermée : correction proportionnelle

On décide de mettre en œuvre une boucle de correction de type proportionnelle. La loi de commande correspondante est classiquement $\alpha(t) = k\,\epsilon(t) = k\,(v_c(t) - v(t))$, où $v_c(t)$ est la consigne de vitesse.

1. Faire le schéma-bloc du système en boucle fermée, en faisant apparaitre v_c, v, ϵ.
2. Ecrire l'équation différentielle du système en boucle fermée. Quel est son ordre ?
3. En remarquant que la structure de cette équation différentielle est identique à celle de l'équation (2), exprimer la solution $v(t)$ lorsque la consigne $v_c(t)$ est un échelon de valeur v_i.
   Aucun calcul supplémentaire n'est requis par rapport à la résolution de (2).
4. Tracer la réponse v(t), en faisant apparaitre l'erreur en régime permanent. La vitesse v_i est-elle atteinte ?
5. Donner l'expression de l'erreur en régime permanent.
6. En déduire la valeur de k nécessaire pour avoir une erreur inférieure à 10%.
7. On donne en Figure 1 la réponse temporelle obtenue avec ce correcteur pour une consigne $v_i = 180$ km/h (soit $= 50$ m/s), ainsi que la commande correspondante $\alpha(t)$. Le résultat est-il cohérent avec les calculs ? Que vaut (approximativement !) le temps de réponse ?
8. Une telle loi de commande peut-elle être mise en œuvre concrètement ? Quelle loi de commande permettant d'atteindre la vitesse v_i proposeriez-vous ?

III. Correction proportionnelle-intégrale

On décide de mettre en place une loi de correction de type proportionnelle-intégrale qui dépend de k_i et k_p. L'équation différentielle du système en boucle fermée est alors :

$$m\ddot{v}(t) + (Ak_p + \mu)\,\dot{v}(t) + Ak_i\,v(t) = Ak_i\,v_c(t), \tag{3}$$

1. Mettre le membre de gauche de l'équation sous forme canonique et en déduire l'expression de l'amortissement ξ et de la pulsation propre non amortie ω_n en fonction des données et de k_p et k_i.
2. Application numérique : $k_p = 1$, $k_i = 0.05$; donner les valeurs correspondantes de ξ et ω_n, et en déduire l'allure de la réponse à une consigne en échelon de valeur v_i.
3. Combien vaut l'erreur en régime permanent ?
4. Calculer les pôles du système (i.e. les racines du polynôme caractéristique). Sont-ils réels ou complexes ? Etait-ce prévisible ?
5. On trace sur la Figure 2 la commande obtenue. Est-elle satisfaisante ?
6. On peut observer sur la Figure 3 la réponse obtenue avec un autre jeu de coefficients k_p, k_i. Que peut-on dire de la valeur de ξ ? Les pôles du système en boucle fermée sont-ils réels ou complexes ?

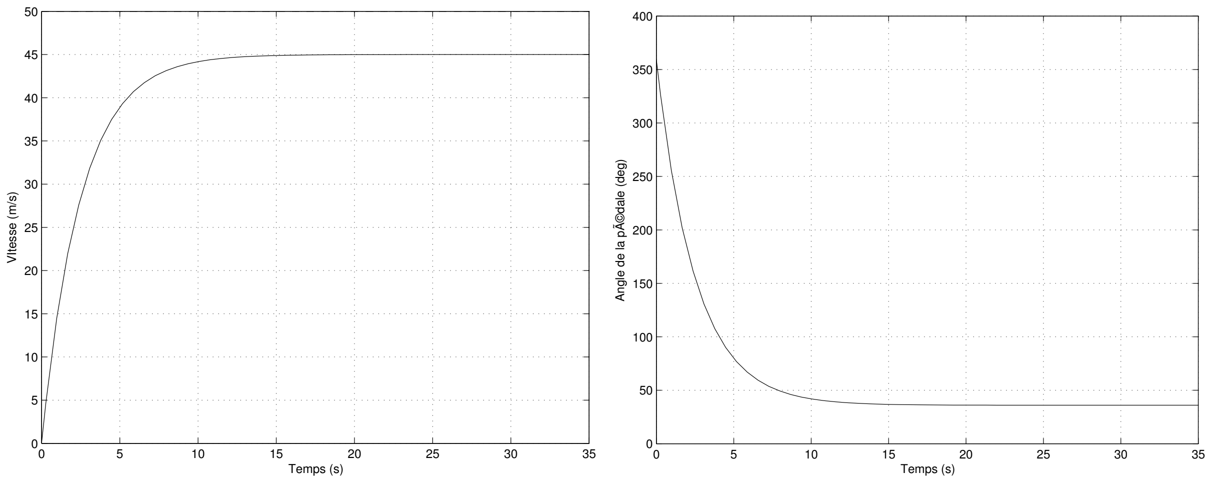

FIGURE 1 – Sortie obtenue et commande renvoyée pour une consigne de 180 km/h.

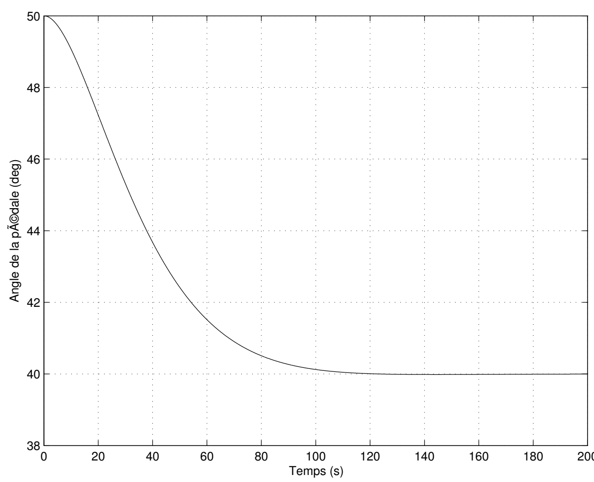

FIGURE 2 – Commande renvoyée avec $k_p = 1$, $k_i = 0.05$.

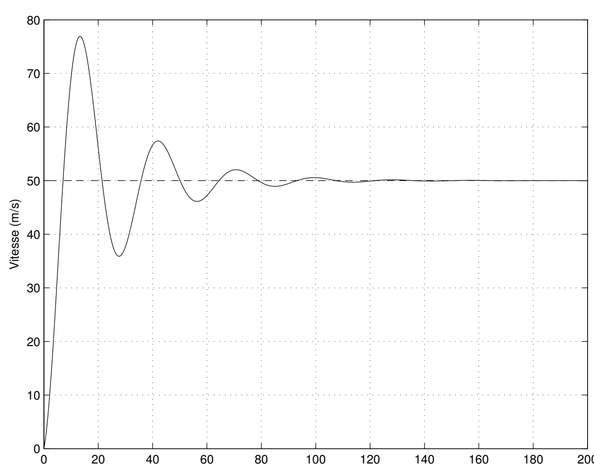

FIGURE 3 – Sortie obtenue avec un autre jeu de coefficients k_p, k_i.