

EXAMEN D'AUTOMATIQUE
DURÉE: 1H30

L2 SPI-EEA

15 janvier 2014

Les documents et téléphones portables sont interdits.

Important : - **Toute réponse non justifiée sera comptée comme nulle.**

- **De nombreuses questions sont indépendantes et peuvent être traitées séparément!**

Exercice 1 On considère le circuit électrique décrit sur la Figure 1.

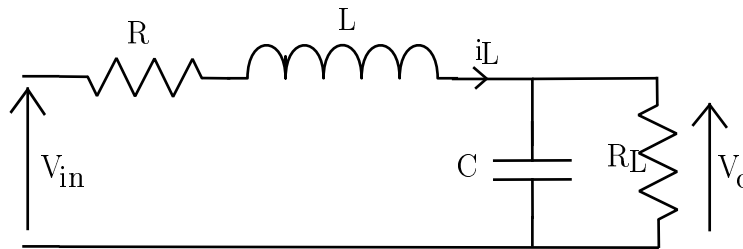


FIGURE 1 – Circuit électrique considéré.

Les équations d'évolution de l'intensité i_L parcourant la self et de la tension V_c aux bornes du condensateur sont données par :

$$\begin{cases} C \frac{dV_c}{dt}(t) = i_L(t) - \frac{1}{R_L} V_c(t) \\ L \frac{di_L}{dt}(t) = V_{in}(t) - V_c(t) - R i_L(t), \end{cases} \quad (1)$$

avec $C = 100\mu F$, $R_L = 50\Omega$, $R = 5\Omega$, et $L = 5H$. L'objectif est de réguler la tension aux bornes du condensateur, notée V_c , en agissant sur la tension V_{in} .

I. Etude de la boucle ouverte

1. Appliquer la transformation de Laplace au système (1).
2. Utiliser le système ainsi obtenu pour déterminer la fonction de transfert $H(p)$ entre l'entrée $V_{in}(p)$ et la sortie $V_c(p)$, et montrer qu'elle s'écrit :

$$H(p) = \frac{1}{5 \times 10^{-4} p^2 + 0.1p + 1.1}. \quad (2)$$

3. Mettre cette fonction de transfert sous forme canonique et identifier ses paramètres.
4. Quel est le type de la réponse indicielle de ce système ?
5. Calculer les pôles de $H(p)$. Que remarque-t-on ?
6. Calculer la réponse $V_c(t)$ lorsque l'entrée est un échelon unitaire $V_{in}(t) = 1 \forall t > 0$.

II. Boucle fermée avec correcteur proportionnel

On reboucle le système précédent avec un correcteur proportionnel k dont on rappelle la loi de commande : $V_{in}(t) = k(V_r(t) - V_c(t))$, où $V_r(t)$ est la consigne.

7. Donner le schéma-bloc de la boucle fermée, en mettant en évidence les signaux de consigne, d'erreur, de commande et de sortie.
8. Calculer la fonction de transfert en boucle fermée, la mettre sous forme canonique et identifier ses paramètres en fonction de k .
9. Donner l'expression de l'erreur de position ϵ_p en fonction de k .
10. Calculer k afin de garantir une erreur de position de 1%.
11. Pour cette valeur de k , que vaut l'amortissement du système en boucle fermée et la valeur du premier dépassement (en %) ? Est-ce satisfaisant dans le cadre d'un asservissement de tension ? Expliquer ce qui pourrait se produire.

N.B. Rappel : $D_{\%} = 100 e^{\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$.

12. Calculer alors les valeurs de k permettant de garantir un asservissement sans dépassement.
13. Pour la valeur limite de k conduisant à ce type de réponse, que vaut l'erreur de position ? Conclure.

III. Boucle fermée avec correcteur proportionnel-intégral sur système simplifié

On considère désormais un correcteur de type proportionnel-intégral. Afin de simplifier sa conception, on souhaite travailler sur un modèle approché du système physique, c'est-à-dire trouver une fonction de transfert $\tilde{H}(p)$ plus simple que $H(p)$ mais représentant fidèlement le comportement du système réel pour l'application que l'on va en faire.

14. En vous basant sur le résultat de la question 5, proposer une fonction de transfert $\tilde{H}(p)$ du premier ordre approchant de manière fidèle $H(p)$. On prendra soin de vérifier que \tilde{H} et H ont le même gain statique.

On décide donc de reboucler $\tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{p})$ avec un correcteur proportionnel-intégral dont on rappelle ci-après l'expression de la loi de commande :

$$V_{in}(p) = \left(k_l + \frac{k_i}{p} \right) (V_r(p) - V_c(p)). \quad (3)$$

15. Justifier la motivation d'un tel choix.
16. Calculer la fonction de transfert de cette nouvelle boucle fermée, en fonction de k_l et k_i et la mettre sous forme canonique.
17. Montrer que pour garantir une réponse indicielle apériodique en boucle fermée, k_l et k_i sont liés par une équation que l'on demande d'établir.
18. Calculer l'erreur de vitesse et calculer le gain k_i permettant de garantir une erreur de trainage (i.e. erreur de vitesse) égale à 0.08.
19. En déduire la valeur du gain k_l .