

Les documents et téléphones portables sont interdits.

Important : *Toute réponse non justifiée sera comptée comme nulle.*

Exercice 1

On considère le système dit de double intégrateur, de fonction de transfert $G(p)$:

$$G(p) = \frac{X(p)}{U(p)} = \frac{1}{p^2}$$

que l'on souhaite asservir à l'aide d'une boucle fermée.

On considère tout d'abord un correcteur proportionnel dont le gain est noté k_1 .

1. Faire le schéma-bloc de cet asservissement en faisant apparaître la consigne, l'erreur d'asservissement, la commande et la sortie.
2. Calculer la fonction de transfert du système en boucle fermée.
3. Exprimer les paramètres canonique de cette fonction de transfert en fonction de k_1 .
4. Ce système est-il BIBO-stable ?
5. Donner l'allure de sa réponse indicielle.

On considère désormais une boucle fermée exploitant les deux mesures que l'on a à disposition, à savoir x et v ; la structure de la boucle fermée, utilisant deux correcteurs k_1 et k_2 est donnée en Figure 1.

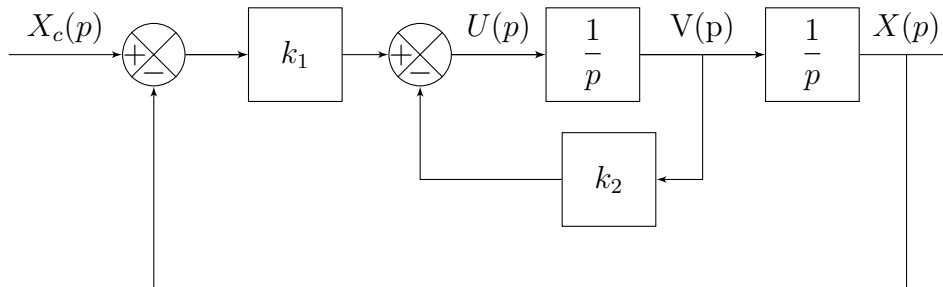


FIGURE 1 – Système en boucle fermée à deux correcteurs.

6. Calculer la fonction de transfert de cette boucle fermée et exprimer les paramètres canoniques en fonction de k_1 et k_2 .
7. On souhaite fixer l'amortissement du système à 0.7 ; quelle relation doivent alors satisfaire k_1 et k_2 ?
8. On souhaite que le temps de réponse de la réponse indicielle en boucle fermée soit de l'ordre d'une seconde. Que doit valoir k_2 ?

N.B. On rappelle que le temps de réponse d'un second ordre peut être, dans une certaine mesure, évalué avec la formule $t_r \simeq \frac{3}{\xi\omega_n}$.

9. En déduire la valeur de k_1 pour satisfaire la condition sur l'amortissement.
10. Que valent les erreurs de position et de traînage ε_p et ε_t ?

Exercice 2 Soit le système d'entrée $u(t)$ et de sortie $y(t)$ régi par l'équation différentielle suivante :

$$y'(t) + 0.1y(t) = 2u(t). \quad (1)$$

Etude du système

1. Quel est l'ordre de ce système ?
2. Identifier ses paramètres canoniques.
3. Calculer l'expression de la réponse indicielle.

Mise en place d'un correcteur proportionnel

On met en place un correcteur proportionnel dont on rappelle la loi de commande : $u(t) = A\varepsilon(t) = A(y_c(t) - y(t))$, $A \in \mathbb{R}$.

4. Faire le schéma bloc de la boucle-fermée avec un tel correcteur en faisant apparaître distinctement la consigne y_c , l'erreur ε , la sortie y et la commande u .
5. Calculer l'équation différentielle en boucle fermée en fonction de A .
6. Quelles valeurs peut prendre le correcteur A afin de garantir une erreur de position inférieure ou égale à 10% (on donnera la réponse sous forme d'une inégalité sur A).

Afin de limiter les effets néfastes du bruit de mesure sur les performances de l'asservissement, on souhaite limiter sa bande passante. On sait que la bande-passante d'un système du premier ordre est approximativement égale à $\frac{1}{\tau}$ avec τ sa constante de temps.

7. Quelle inégalité doit vérifier A pour garantir que la bande passante est inférieure ou égale à 4 rad.s^{-1} ?
8. Vérifier que les deux conditions souhaitées sur A (erreur et bande passante) sont bien compatibles.
9. A est fixé à sa valeur maximale admissible ; que vaut alors le temps réponse du système ?
10. Que se passe-t-il si l'on souhaite choisir A de manière à garantir une bande passante strictement inférieure à 1 rad.s^{-1} ? Quelle solution proposeriez-vous pour pallier ce problème ?