

Les documents, téléphones portables et calculatrices programmables sont interdits.

Important : Les calculs devront être effectués avec les *expressions littérales* en priorités, la valeur numérique n'étant à utiliser qu'en fin de calcul.

Exercice 1 Etude d'une boucle fermée du premier ordre

La mise en place d'une boucle fermée avec un correcteur proportionnel k aboutit à l'équation différentielle :

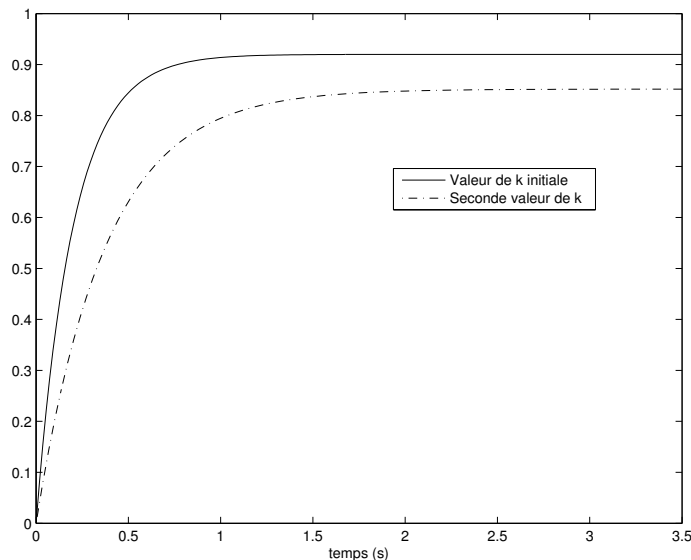
$$5y'(t) + (2 + 2k)y(t) = 2ky_c(t), \quad (1)$$

où $y(t)$ est la sortie du système et $y_c(t)$ la consigne sur y .

1. Exprimer le temps de réponse du système en fonction de k .
2. Calculer k tel que le temps de réponse soit de 0.6 secondes.
3. Pour cette valeur de k , que vaut l'erreur de position ?

On donne ci-dessous la réponse indicielle obtenue avec la valeur de k de la question précédente, ainsi que la réponse indicielle obtenue pour une seconde valeur de k (en pointillés).

4. Cette seconde valeur de k est-elle supérieure ou inférieure à la valeur trouvée à la question 3? Justifier la réponse.



Exercice 2 Asservissement d'une pince montée sur rail

Afin de traiter efficacement la recherche de boîtes de médicaments à délivrer dans une pharmacie, on met en place un système de pince montée sur rail (cf. Figure 1). Le déplacement de la pince sur le rail s'effectue par le biais d'un moteur entraînant un chariot. L'objectif est alors d'asservir ce dispositif de sorte que la pince puisse être placée au dessus de la boîte de médicament recherchée.

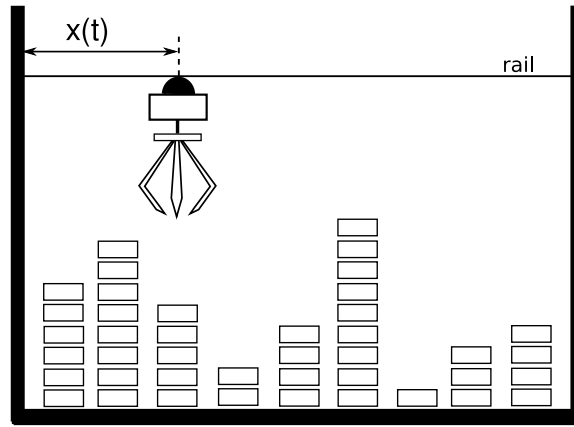


FIGURE 1 – Dispositif de pince sur rail mis en place dans la salle de stockage.

I. Système en boucle ouverte

On modélise le comportement du dispositif par une équation différentielle entre $i(t)$, l'intensité du courant appliqué au moteur, et $x(t)$ la position de la pince :

$$m \ddot{x}(t) + \nu \dot{x}(t) = \lambda i(t), \quad (2)$$

où $m = 1.4$ kg est la masse de l'ensemble pince-chariot, $\nu = 2.5$ N.m/s est un coefficient de frottement visqueux (tenant compte de l'air, des frottements mécaniques, etc.), et $\lambda = 0.84$ N/A.

1. Ce système est-il stable du point de vue entrée-sortie (i.e. BIBO-stable) ?
2. Calculer la réponse indicielle de ce système lorsque $i(t)$ est un échelon unitaire. *N.B. On cherchera la solution particulière sous la forme $x_p(t) = at$ et les conditions initiales sont nulles.*
3. Tracer cette réponse indicielle à main levée ; cela vous semble-t-il en adéquation avec la question 1 ?

II. Mise en place d'une boucle fermée

On décide de mettre en œuvre une boucle de correction de type proportionnelle utilisant une mesure de la position $x(t)$. La loi de commande est alors donnée par $i(t) = k \varepsilon(t) = k (x_c(t) - x(t))$, où $x_c(t)$ est la consigne de position.

4. Faire le schéma-bloc du système en boucle fermée, en faisant apparaître clairement tous les signaux et blocs impliqués.
5. Que représente "physiquement" $x_c(t)$ dans le problème qui nous intéresse ?
6. Ecrire l'équation différentielle du système en boucle fermée.
7. Mettre cette équation sous forme canonique et identifier ses paramètres en fonction de k .
8. Que vaut l'erreur de position ε_p (la calculer) ? Quelle conséquence cela a-t-il sur la qualité de l'asservissement ?
9. On considère tout d'abord que $k = 5$. Quelle est alors la valeur de l'amortissement du système en boucle fermée ? Quel est le nom du régime correspondant ?
10. Quel problème une telle valeur d'amortissement peut-elle présenter dans le cas présent ? Quels sont les danger pour le dispositif ?
11. Déterminer la valeur de k permettant de garantir que $\xi = 1$.