

# EXAMEN D'AUTOMATIQUE

DURÉE: 1H30

L2 SPI-EEA

11 janvier 2016

*Les documents, calculatrices programmables et téléphones portables sont interdits.*

**Important** : - Toute réponse non justifiée sera comptée comme nulle.

- De nombreuses questions sont indépendantes et peuvent être traitées séparément !

**Exercice 1** Soit un système modélisé par la fonction de transfert :

$$G(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{5}{4p^4 + 3p^3 + 2p^2 + p + 1}.$$

On asservit ce système en mettant en place une boucle fermée avec un correcteur proportionnel  $k$ .

1. Faire un schéma bloc de cette boucle fermée. On pourra noter  $Y_c(p)$  la consigne de la boucle fermée.
2. Calculer la fonction de transfert de la boucle fermée.
3. Donner l'expression du gain statique de la boucle fermée en fonction de  $k$ , et en déduire la valeur de  $k$  permettant d'avoir une erreur de position égale à 1%.

**Exercice 2** Soit un système d'entrée  $u$  et de sortie  $x$  modélisé par l'équation différentielle suivante :

$$x'(t) + 10x(t) = u(t). \quad (1)$$

On se propose de mettre en place une boucle fermée (cf. Figure 1) satisfaisant les contraintes suivantes :

- (i) Aucun dépassement sur la réponse indicielle.
- (ii) Un temps de réponse (indiciel) inférieur ou égal à 1 s.
- (iii) Erreur de position inférieure ou égale à 5%.
- (iv) Erreur de trainage égale à 0.1 (lorsque la consigne est une rampe unitaire).

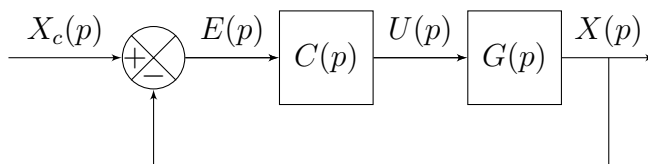


FIGURE 1 – Système en boucle fermée.

## Etude préliminaire

1. Donner la fonction de transfert  $G(p)$  du système modélisé par l'équation différentielle (1) (en boucle ouverte donc).
2. Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée en fonction de  $C(p)$  et  $G(p)$ .

## Boucle fermée avec correcteur proportionnel

On met en place un correcteur proportionnel de gain  $k \in \mathbb{R}$ , soit  $C(p) = k$ .

3. Poursuivre le calcul de la question 2 et calculer la fonction de transfert en boucle fermée, que l'on prendra soin de mettre sous forme canonique.
4. Calculer alors  $k$  permettant de satisfaire la contrainte (ii).
5. Pour cette valeur de  $k$ , la contrainte (iii) est-elle satisfaite ? (justifier !)
6. Quelle contrainte risque de ne pouvoir être satisfaite avec un tel correcteur ? (justifier !)

## Boucle fermée avec correcteur intégral

On considère à présent un correcteur intégral de la forme  $C(p) = \frac{1}{\tau_i p}$ .

7. Reprendre à nouveau le calcul de la question 2 et calculer la fonction de transfert en boucle fermée avec ce nouveau correcteur.
8. Mettre cette fonction de transfert sous forme canonique et donner l'expression de ses différents paramètres en fonction de  $\tau_i$ .
9. Déterminer la valeur de  $\tau_i$  permettant de satisfaire la contrainte (i).
10. Que peut-on dire de la contrainte (iii) et pourquoi ?
11. Calculer l'erreur de trainage en fonction de  $\tau_i$  et montrer qu'elle vaut :

$$\varepsilon_t = 10 \tau_i.$$

12. On constate que pour la valeur de  $\tau_i$  déterminée à la question 9), la contrainte (iv) n'est pas satisfaite. Faudrait-il alors augmenter ou diminuer  $\tau_i$  pour la satisfaire ?
13. Quelle autre contrainte risque alors de ne plus être satisfaite ? (justifier !).
14. Vers quel type de correcteur devra-t-on probablement se tourner pour concilier ces deux contraintes ? Donner son expression (*i.e.* sa fonction de transfert  $C(p)$ ).