

Les documents, téléphones portables et calculatrices programmables sont interdits.

Important : Dans votre intérêt, les calculs devront être effectués avec les **expressions littérales** en priorités, la valeur numérique n'étant à utiliser qu'en fin de calcul.

Exercice 1 Questions de cours

1. Expliquer en quelques mots comment on sait, pour un système donné et un problème d'automatique associé, ce qui sera l'entrée et la sortie de sa modélisation entrée-sortie?
2. On modélise un système par l'EDO suivante :

$$t y'(t) + 2y(t) = u(t).$$

Au vu de ce modèle, le système est-il linéaire? Invariant? Justifier.

Exercice 2 Etude d'une boucle fermée d'un système du second ordre

La mise en place d'une boucle fermée avec un correcteur proportionnel k sur un système du second ordre aboutit à l'équation différentielle en boucle fermée suivante :

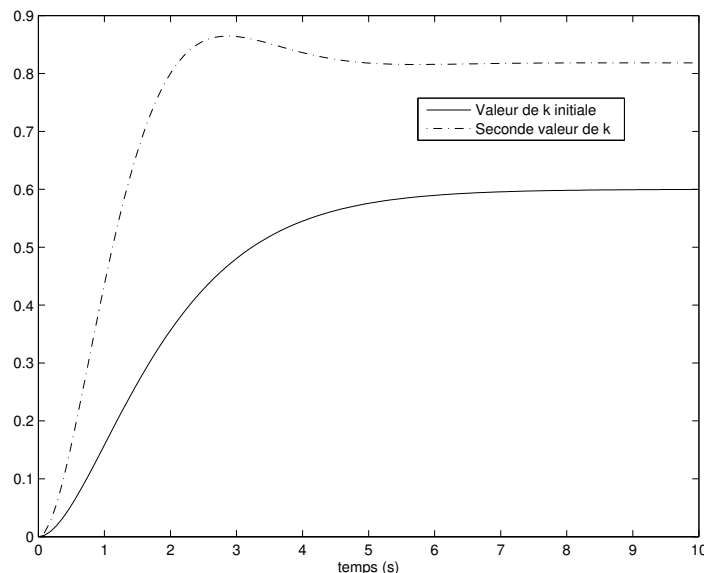
$$5y''(t) + 10y'(t) + (2 + 5k)y(t) = 5k y_c(t), \quad (1)$$

où $y(t)$ est la sortie du système et $y_c(t)$ la consigne sur y .

1. Identifier les paramètres canoniques en boucle fermée.
2. Calculer la valeur du correcteur k garantissant une réponse indicielle sans dépassement.
3. Pour la valeur de k précédemment trouvée, que vaut l'erreur de position?

On donne ci-dessous la réponse indicielle obtenue avec la valeur de k précédemment déterminée (en trait plein), ainsi que la réponse indicielle obtenue pour une autre valeur de k inconnue (en pointillés).

4. Cette seconde valeur de k est-elle supérieure ou inférieure (on ne demande pas sa valeur!) à celle calculée à la question 2? Justifier la réponse.



Exercice 3 Régulation de la température d'une machine à espresso

Lors de la confection d'un café de type espresso, la température de l'eau joue un rôle crucial dans la qualité du breuvage extrait. Cette eau est confinée dans une chaudière sous pression et est chauffée par une résistance de puissance variable $P(t)$. On se propose de construire un correcteur permettant de réguler la température de l'eau¹, notée $\theta(t)$.

I. Système en boucle ouverte

On modélise le comportement du dispositif par une équation différentielle entre $P(t)$ et $\theta(t)$:

$$2750 \dot{\theta}(t) + \theta(t) = 1.45 P(t). \quad (2)$$

1. Ce système est-il stable du point de vue entrée-sortie (i.e. BIBO-stable) ?
2. Tracer à main levée cette réponse indicielle lorsque $P(t) = 55 \text{ W}$ en faisant apparaître la valeur en régime permanent.
3. Calculer la réponse indicielle de ce système pour $P(t) = P_0$.
N.B. Cette question n'impacte en rien les autres questions de l'exercice !

II. Mise en place d'une boucle fermée

On décide de mettre en œuvre une boucle fermée avec correcteur proportionnel. La loi de commande est alors donnée par $P(t) = k \varepsilon(t) = k (\theta_c(t) - \theta(t))$, où $\theta_c(t)$ est la consigne sur la température de l'eau.

4. Faire le schéma-bloc du système en boucle fermée, en faisant apparaître clairement tous les signaux et systèmes impliqués.
5. Écrire l'équation différentielle du système en boucle fermée.
6. Identifier les paramètres canoniques de cette EDO.
7. Déterminer k permettant de garantir une erreur de position égale à 2%.
8. Pour cette valeur de k , combien de temps la consigne met-elle pour être atteinte à 5% près.
9. Que doit-on faire pour diminuer cette durée ?

1. Remarque : l'origine de l'échelle de température est placée à la température ambiante.